Monotonie

Vorbemerkung

Bei ganzrationalen Funktionen die Monotonie zu untersuchen, ist keine allzu interessante Tätigkeit, da alle ganzrationalen Funktionen abschnittsweise **streng monoton** steigend oder fallend sind. Aus diesem Grund werden wir uns mit Monotonieuntersuchungen nicht weiter beschäftigen, es ist allerdings für spätere mathematische Inhalte zwingend nötig, dass ihr die Begriffe kennt.

Definitionen

Eine Funktion f(x) heißt "monoton$\left\{\begin{matrix}\text{steigend"}\\ \text{fallend"}\end{matrix}\right\}$,

wenn für alle x folgender Zusammenhang gilt:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} f(x_1) \le f(x_2) \\ f(x_1) \ge f(x_2) \end{cases}$$

Eine Funktion f(x) heißt "streng monoton$\left\{\begin{matrix}\text{steigend"}\\ \text{fallend"}\end{matrix}\right\}$,

wenn für alle x folgender Zusammenhang gilt:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} f(x_1) < f(x_2) \\ f(x_1) > f(x_2) \end{cases}$$

Der Unterschied zwischen einfacher und strenger Monotonie ist also, dass bei einfacher Monotonie die Funktionswerte beliebig vieler unmittelbar aufeinander folgenden Stellen gleich sein dürfen, während dies bei strenger Monotonie nicht der Fall sein darf.

Erhellende Skizzen entwickeln wir gemeinsam an der Tafel.

Verhalten gegen Unendlich

Das Problem…

…mit erhellenden Skizzen entwickeln wir gemeinsam an der Tafel.

Die Schreibweise

Möchte man angeben, wie sich eine Funktion (hier: g(t)) gegen Unendlich verhält, benutzt man folgende Schreibweise:

Verhalten gegen „plus Unendlich“: $\lim\limits_{t\to\infty} g(t) =$

Verhalten gegen „minus Unendlich“: $\lim\limits_{t\to-\infty} g(t) =$

Aufgabe: Probieren geht über Studieren

Setzt bitte in die folgenden Funktionen sowohl positive als auch negative Zahlen mit extrem großem Betrag ein und stellt begründete Vermutungen darüber an, wie diese Funktionen sich „gegen Unendlich“ Verhalten. Benutzt dabei die oben vorgestellte Schreibweise.

a) $a(i) = i^3$

b) $b(j) = -33j^4$

c) $c(k) = -k^2 + 111k$

d) $d(L) = 0,2L^4 - L + 3000$

e) $E(m) = -0,001m^5 + 10000m^2$

f) $f(n) = \frac{m^7}{1000000} - 10m^4$

g) $g(o) = \frac{o^7}{10000} + 1000o + 100o^3 - 10o^4$

h) $g(o) = +1000000o^2 - \frac{1}{10000000}o^4$

Merksatz für ganzrationale Funktionen

(formulieren wir gemeinsam)