

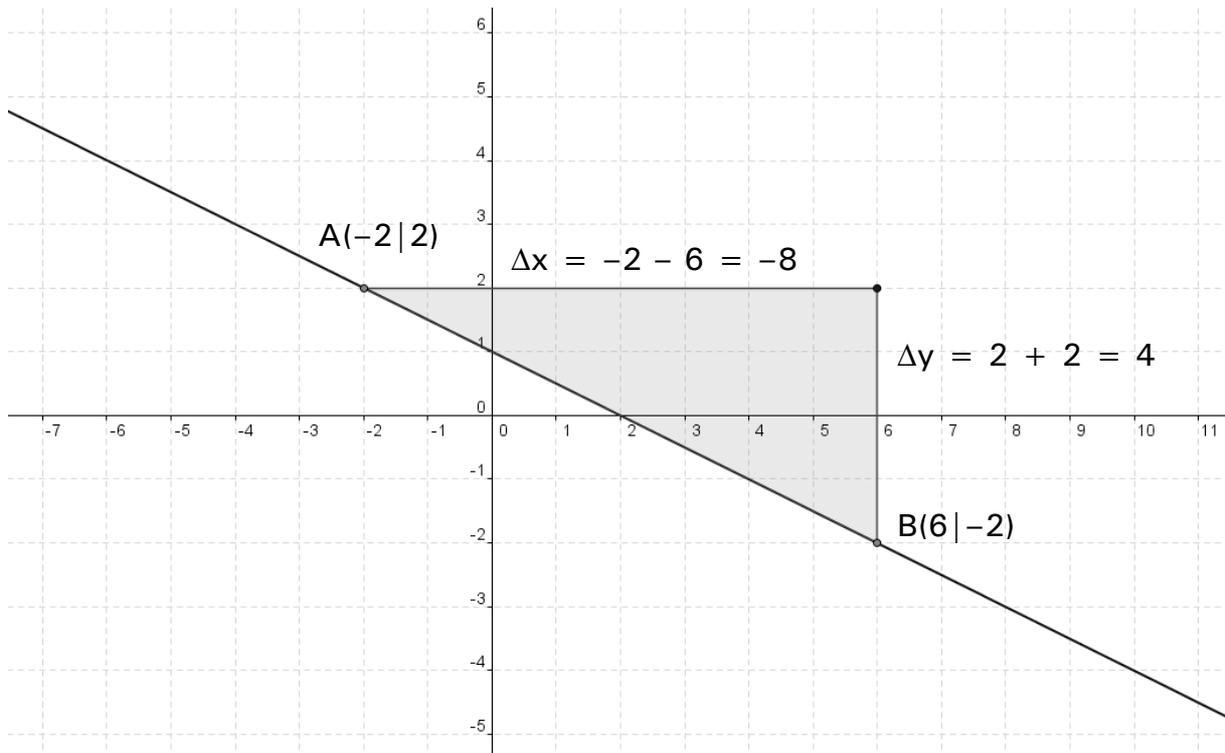
Die Steigung bei Geraden

Die Berechnung der Steigung, wenn zwei Punkte auf der Geraden gegeben sind

Oft ist es so, dass zwei Punkte gegeben sind und man die Gleichung der Geraden durch diese beiden Punkte berechnen soll. Die Rohform einer Geradengleichung ist ja bekanntlich

$$y = mx + b$$

Das b ist ja nichts anderes als der so genannte y -Achsenabschnitt, also der y -Wert, bei dem die Gerade die y -Achse schneidet. Nun kann man die beiden gegebenen Punkte in ein Koordinatensystem einzeichnen und die gewünschte Gerade durch die beiden Punkte ziehen. Liegt die Gerade dann gezeichnet vor einem, kann man das b einfach ablesen. In diesem Falle beträgt es 1. Hat man keine genaue Zeichnung vorliegen, muss man b später ausrechnen (ist hier aber nicht weiter von Interesse).



Nun fehlt uns aber jedenfalls noch das m , also die Steigung der Geraden. Wenn man zwei Punkte auf einer Geraden gegeben hat (oder wie hier ablesen kann) und anhand dieser Punkte die Steigung ausrechnen soll, geschieht das zunächst mit dem graphischen Hilfsmittel des Steigungsdreiecks.

Das Steigungsdreieck

...ist ein rechtwinkliges Dreieck, das man im Grunde nach Belieben nach obigem Muster an eine Gerade anzeichnen kann. Es gibt manchmal begründete Vorgaben, das Dreieck oberhalb oder unterhalb der Gerade anzuzeichnen, die hier aber nicht eingehend besprochen werden sollen.

Bei einem Steigungsdreieck misst man die Länge der beiden Katheten. Um die Steigung der Geraden zu ermitteln, teilt man die Länge der Kathete, die parallel zur y-Achse durch die Länge der Kathete, die parallel zur x-Achse liegt. Diese beiden Längen werden mit Δy und Δx bezeichnet. Die Rechnung lautet also:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

VORSICHT: Δy und Δx sind beim Ablesen immer positiv. Wenn aber eine Gerade, wie oben zu sehen, abwärts verläuft (die Leserichtung ist ja immer von links nach rechts), muss die Steigung negativ sein.

Man muss also sehr sorgfältig ablesen. Die oben erwähnten Vorgaben, das Dreieck oberhalb oder unterhalb der Gerade einzuzichnen, hat damit zu tun. Um Ableser- und Zeichnungs-Schwierigkeiten aus dem Weg zu gehen, kann man die Steigung einfach mit Hilfe der beiden gegebenen Punkte ausrechnen:

Die Berechnung mit zwei Punkten

Auf die Zahlen Δy und Δx kann man auch rechnerisch kommen, z.B. wenn einfach zwei Punkte ohne Zeichnung angegeben sind oder wenn man, wie eben gesagt, den Schwierigkeiten beim Ablesen aus dem Weg gehen will.

Nehmen wir als Beispiel die hier benutzten Punkte A und B. Dann läuft das Verfahren so:

1. Wähle einen der beiden Punkte aus. Welchen, ist völlig egal. *Hier nehmen wir mal A.*
2. Nimm die y-Koordinate dieses Punktes (*hier also 2*) und ziehe davon die y-Koordinate des anderen Punktes (*also -2*) ab. Das Ergebnis ist Δy (*hier also $2 - (-2) = 2 + 2 = 4$*).
3. Verfahre genauso mit den x-Werten der beiden Punkte, um Δx zu berechnen. (*Hier: $-2 - 6 = -8$*) WICHTIG: Hat man eben die y-Koordinate von Punkt B vom y-Wert des Punktes A abgezogen, muss man auch hier den x-Wert von B vom x-Wert des Punktes A abziehen!!!
4. Teile nun wieder Δy durch Δx , um m auszurechnen.

$$\text{(Hier: } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2} = m \text{)}$$

Man sieht, dass man aber gleich auf den korrekten (hier negativen) Wert für die Steigung kommt. Man kann ja mal ausprobieren, was passiert wäre, wenn man bei 1. den Punkt B gewählt hätte. Das Endergebnis muss dasselbe sein!

Um die Steigung einer Gerade auszurechnen, benötigt man also zwei Punkte, die auf der Geraden liegen. Welche beiden, ist dabei vollkommen gleich. Ist z.B. eine gezeichnete Gerade ohne weitere Angaben (außer dem Koordinatensystem) gegeben, kann man sich irgendwelche Punkte auf der Geraden zur Berechnung der Steigung oder zum Anlegen eines Steigungsdreiecks aussuchen.

Die beschriebenen Verfahren funktionieren immer, sofern die Geraden nicht parallel zu einer der Koordinatenachsen liegen – aber dann erübrigt sich auch die Frage nach der Steigung.