

Das bestimmte Integral

Obacht: Das bestimmte Integral ist nicht dasselbe wie der Flächeninhalt über einem Intervall, kann aber zu dessen Berechnung benutzt werden.

Während ein unbestimmtes Integral letztlich eine Menge an Funktionen ist, kann man ein bestimmtes Integral ausrechnen, das Ergebnis ist ein Zahlenwert (es sei denn, es sind irgendwelche Parameter im Spiel).

Aus dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Dieser Satz begegnet, je nachdem, wo man nachschaut, in ganz unterschiedlicher Darstellung. Mit den mannigfaltigen Darstellungen im Buch bin ich nicht glücklich. Folgendes könnt und sollt ihr euch fast ohne Einschränkung merken. Es hat für uns den Status einer **Definition**.

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Voraussetzung ist lediglich, dass f differenzierbar ist (dass man also den Differentialquotient bilden kann).

Aufgabe zum Verständnis der Vorbemerkung ganz oben:

- Skizziere den Graphen von $\ddot{u}(x) = 2x^3 - 8x$. Berechne dazu Nullstellen (3) und Extrempunkte (2) und den einen Wendepunkt.
- Schätze (z.B. anhand der Kästchen auf dem Papier) ungefähr die Fläche, die der Graph mit der x-Achse einschließt.
- Berechne nun $\int_{N_1}^{N_2} \ddot{u}(x) dx$, wobei die Grenzen die beiden äußeren Nullstellen sind.
- Überlege nun, wie man mithilfe des bestimmten Integrals die gesuchte Fläche (siehe 2.) berechnen kann. Teste deine Vorschläge.

Weitere Aufgaben

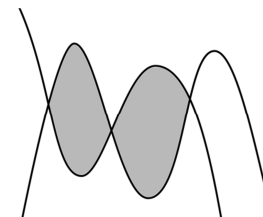
- Auf Seite 41 findest du Rechenregeln für bestimmte Integrale. Mache dir jede Regel klar, indem du ein konkretes Beispiel deiner Wahl durchrechnest.
- Zur Übung:

Seiten 37–43	Zu erledigen bis	Hinweise/eigene Notizen
5 a		
6		
9		
11		
12 b		

Flächen zwischen den Graphen zweier Funktionen

→ Buch, Seiten 50–64

Die Fläche zu berechnen, die zwischen zwei Funktionsgraphen eingeschlossen ist, läuft immer gleich ab. Die folgende Anleitung ist daher für integrierbare Funktionen ohne mir bekannte Einschränkungen allgemeingültig.



Anleitungen zur Berechnung von Flächen...

zwischen einem Funktionsgraph und der x-Achse

Erster Schritt

Sofern ein Intervall gegeben ist: Untersuchen, ob es innerhalb des Intervalls Nullstellen gibt. Falls kein Intervall gegeben ist: Alle Nullstellen berechnen.

Zweiter Schritt

Die einzelnen bestimmten Integrale $\int_a^b f(x) dx$

zwischen benachbarten Nullstellen, bzw. zwischen Intervallgrenzen und den nächstgelegenen Nullstellen berechnen.

Ggf. Symmetrie ausnutzen!!!

Dritter Schritt

Die Beträge der einzelnen Integrale bilden (also ggf. das Minus entfernen). Die Beträge addieren. Fertig.

zwischen zwei Funktionsgraphen:

Erster Schritt

Sofern ein Intervall gegeben ist: Untersuchen, ob es innerhalb des Intervalls Schnittstellen zwischen den Funktionen gibt. Falls kein Intervall gegeben ist: Alle Schnittstellen berechnen.

Zweiter Schritt

Die einzelnen bestimmten Differenz-Integrale

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

zwischen benachbarten Schnittstellen, bzw. zwischen Intervallgrenzen und den nächstgelegenen Schnittstellen berechnen.

Ggf. Symmetrie ausnutzen!!!

Dritter Schritt

Die Beträge der einzelnen Integrale bilden (also ggf. das Minus entfernen). Die Beträge addieren. Fertig.

Seiten 51–56	Zu erledigen bis	☺	☹	☹
1 a				
3				
4				
5				
10 c				
15				

Seiten 57–67	Zu erledigen bis	☺	☹	☹
5 c				
6 c				
11				
19				
20				
30 b				