Rotationskörper

→ Buch, Seiten 69–76

Man kann das Volumen von Objekten, deren Randform sich durch einen Funktionsgraph gut annähern lässt und die eine kreisförmige Grundfläche haben, (z.B. Flaschen, Gläser, Zeppeline, Vuvuzelas), recht einfach mithilfe von bestimmten Integralen berechnen:

Das Volumen des Körpers, der entsteht, wenn man den Graph einer Funktion f(x) auf dem Intervall [a;b] um die x-Achse rotieren lässt, lässt sich so berechnen:

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

f(x) muss dabei differenzierbar und nicht negativ sein
(also keine Abschnitte des Graphen unter der x-Achse)

Die einschränkende Bedingung kann man natürlich notfalls umgehen, indem man Nullstellen berechnet, Beträge bildet, Graphen spiegelt usw.

Aufgaben

Seiten 70–74	Zu erledigen bis	Hinweise
1		Beschriftung beachten!
3		ganz allgemein
4 b e		weitere Teilaufgaben bei Übungsbedarf
5 c		weitere Teilaufgaben bei Übungsbedarf
8		Strahlensätze benutzen
9		Wohl dem, der eine Formelsammlung lesen, ein Register benutzen und Gleichungen umstellen kann.
13		Daube = Längsholz am Fassrand (hier quer, weil das Fass auf der Seite liegt)

.

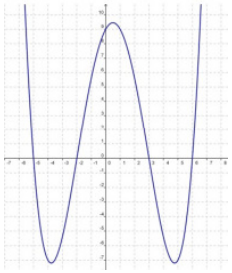
Eine weitere Anwendung von Integralen

Neben zahlreichen Anwendungen in der Physik, von der euer Mathelehrer leider keine Ahnung hat und vor der er sich immer gerne drückt, gibt es noch ganz erstaunlich nützliche Verwendungsgebiete für Integrale.

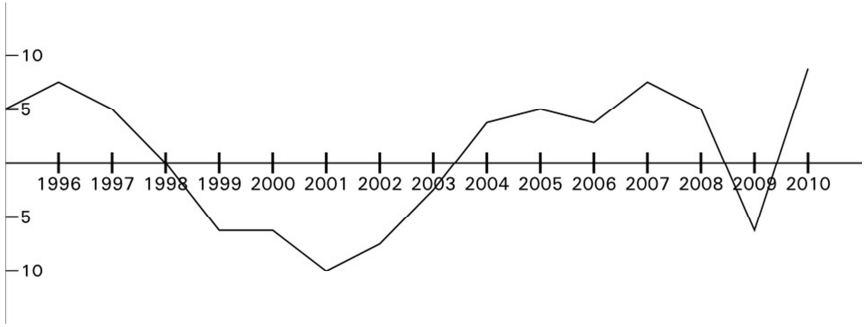
Zueignungsaufgabe

Zwei LK-Schüler/innen diskutieren darüber, ob bei der Funktion

$f(x) = \frac{1}{20}(x-6)(x-3)(x+2)(x+5)$, deren Graph sie gezeichnet haben (rechts) die Fläche über oder unter dem Graph größer ist.



- Mit welcher Berechnung kann man schnell herausfinden, was nun der Fall ist?
- Führe die Rechnung aus!
- Welche Zusatzinformation bietet das Ergebnis?



In der Grafik oben kann man die Gewinne und Verluste eines imaginären Unternehmens, nennen wir es „The Damn Curve Corporation“ in den letzten Jahren (in Millionen Euro) ablesen.

1. Nehmen wir mal an, der Graph oben könne mit irgendeinem Funktionsgraph angenähert werden – was für eine Sorte Funktion wäre das vermutlich?
2. Nun die fiese Frage, bei der man vielleicht wirklich schwer nachdenken muss: Wenn man nun das bestimmte Integral dieser Funktion ausrechnen würde – welchen Bezug hätte das zur Realität; über welche für den Geschäftsmann interessante Größe würde das Integral Auskunft geben?

Platz für Notizen etc: