

12:58

Funktionsuntersuchung / Kurvendiskussion

$$w(x) = \frac{1}{2}(-x^4 + 8x^2 - 7) = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 3,5$$

Ableitungen: $D = \mathbb{R}$

achsensymm. zur y-Achse

$$w'(x) = -2x^3 + 8x$$

Schnittpunkt mit y-Achse

$$w''(x) = -6x^2 + 8$$

$$w(0) = -3,5$$

$$w'''(x) = -12x$$

$$\Rightarrow S_y(0 | -3,5)$$

Nullstellen

$$w(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(-x^4 + 8x^2 - 7) = 0 \quad | \cdot 2$$

$$-x^4 + 8x^2 - 7 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^4 - 8x^2 + 7 = 0$$

Substitution: $x^2 = z$

$$z^2 - 8z + 7 = 0$$

$$z_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16 - 7} = 4 \pm 3 \Rightarrow \begin{matrix} z_1 = 1 \\ z_2 = 7 \end{matrix}$$

Resubstitution:

$$x^2 = 1$$

$$x^2 = 7$$

$$x_{N1} = -1$$

$$x_{N2} = 1$$

$$x_{N3} = -\sqrt{7} \approx -2,64575$$

$$x_{N4} = \sqrt{7} \approx 2,64575$$

Extrema

Notw. Krit.: $w'(x) = 0$

$$-2x^3 + 8x = 0$$

$$-2x(x^2 - 4) = 0$$

$$x_{E1} = 0$$

$$x_{E2} = -2$$

$$x_{E3} = 2$$

Hinr. Krit.

$$w''(0) = 8 \Rightarrow \text{Minimum}$$

$$w''(-2) = -6 \cdot 4 + 8 = -16 \Rightarrow \text{Maximum}$$

$$w''(2) = -16 \Rightarrow \text{Maximum}$$

Punktberechnung:

$$w(0) = -3,5 \quad (\text{siehe } S_y) \Rightarrow T(0 | -3,5)$$

$$w(2) = \frac{1}{2}(-16 + 8 \cdot 4 - 7) = \frac{1}{2} \cdot (9) = 4,5$$

$$\Rightarrow H_1(2 | 4,5)$$

$$H_2(-2 | 4,5)$$

(wg. Symmetrie)

Wendepunkte

Notw. Krit.: $w''(x) = 0$

$$-6x^2 + 8 = 0 \quad | +6x^2$$

$$8 = 6x^2 \quad | :6$$

$$1,3 = x^2$$

$$x_{w1} = -\sqrt{1,3} \approx -1,1547$$

$$x_{w2} = \sqrt{1,3} \approx 1,1547$$

Hinr. Krit.

$$w'''(\sqrt{1,3}) = -12\sqrt{1,3} > 0 \Rightarrow \text{RL-WP}$$

Bei $-\sqrt{1,3}$ LR-WP (wg. Symmetrie)

Punktberechnung

$$w(\sqrt{1,3}) = \frac{1}{2}(-1,3^2 + 8 \cdot 1,3 - 7) = 0,94$$

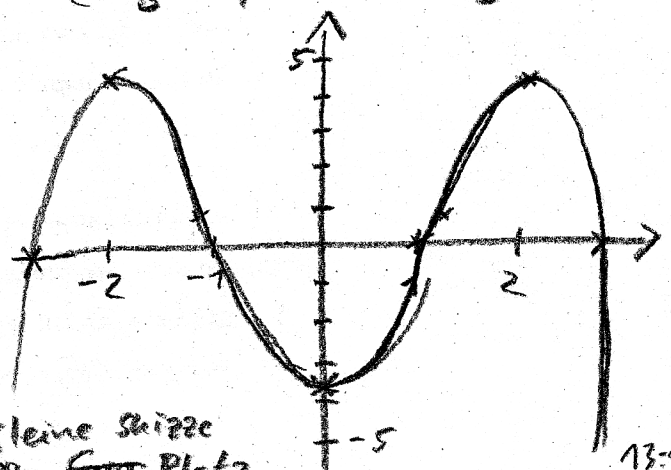
$$W_1(1,1547 | 0,94)$$

$$W_2(-1,1547 | 0,94)$$

(wg. Symmetrie)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} w(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} w(x) = -\infty$$



Kleine Skizze
wg. Gro Platz