4. Lineare Funktionen

4.1 Funktionen als eindeutige Zuordnungen

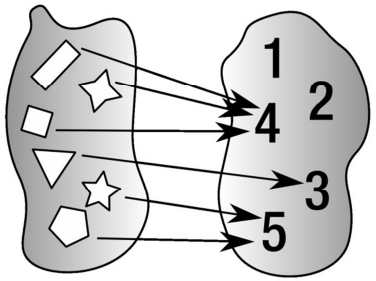
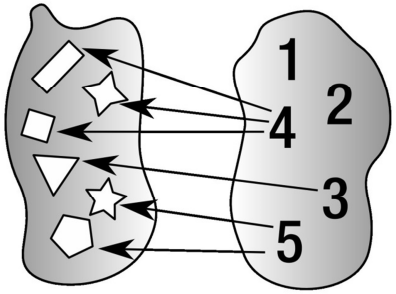
→ ab S. 139

Was ist eine Funktion?

Definition:

Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung, bei der Elemente aus einer Definitionsmenge D <u>eindeutig</u> Elementen aus einer Wertemenge W zugeordnet werden.

Beispiele

Funktion	**keine Funktion**
	
Mensch wird Mutter zugeordnet.	Mutter wird Kind zugeordnet.
Eine natürliche Zahl wird der nachfolgenden Zahl zugeordnet.	Eine natürliche Zahl wird Nachbar zugeordnet
Ein Land wird „seinem“ Kontinent zugeordnet Ausnahmen: Türkei, Russland etc. (liegen jeweils auf zwei Kontinenten)	Kontinent wird Land zugeordnet.
Land wird Hauptstadt zugeordnet.	Land wird Stadt zugeordnet.
Uhrzeit wird Zeigerstand zugeordnet.	Zeigerstand wird Uhrzeit zugeordnet.
Mensch wird Größe zugeordnet.	Größe wird Mensch zugeordnet.
Mensch wird Geburtsort zugeordnet.	Geburtsort wird Mensch zugeordnet.
Zahl wird ihrem Quadrat („hoch 2“) zugeordnet.	Quadrat wird Ursprungszahl zugeordnet.

Bei den Funktionen, mit denen wir umgehen, werden üblicherweise Zahlen anderen Zahlen eindeutig zugeordnet.

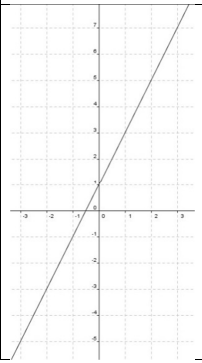
Definitions- und Wertemengen

- Die **Definitionsmenge** enthält alle Zahlen, die bei einer vorgegebenen Funktion anderen Zahlen zugeordnet werden dürfen. Um herauszufinden, was die Definitionsmenge ist, muss man …
  - den Sachzusammenhang beachten, z.B. ist es bei einer Zuordnung wie **Anzahl Äpfel → Preis** sinnlos, negative Zahlen oder Brüche einzusetzen, da weder negative Äpfel (was soll das sein?) oder halbe, viertel usw. Äpfel verkauft werden.
  - die Funktionsgleichung beachten: Darf man bestimmte Zahlen für die Variable nicht einsetzen, so gehören sie nicht zur Definitionsmenge (z.B. darf nicht durch 0 geteilt werden).
- Die **Wertemenge** enthält alle Zahlen, denen die Zahlen aus der Definitionsmenge zugeordnet werden.

Beispiele an der Tafel!

Darstellung mathematischer Funktionen

Man kann Funktionen, bei denen Zahlen anderen Zahlen zugeordnet werden, auf drei Weisen darstellen:

Wertetabelle	**Rechenvorschrift/ Funktionsgleichung**	**Graph**
<table><tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr><tr><td>−2</td><td>−3</td></tr><tr><td>−1</td><td>−1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr></table> Diese Tabelle enthält nur wenige der möglichen Werte. Für x kann man noch alle anderen Zahlen einsetzen.	$f(x) = 2x + 1$	

Aufgaben auf S. 144–146

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
6		–				
9a		ja				
10		ja				
12		ja				
18		ja				

4.2 Proportionale Funktionen

4.2.1 Graph, Gleichung usw.

→ ab S. 149

Proportionale Funktionen erkennt man an folgenden Merkmalen:

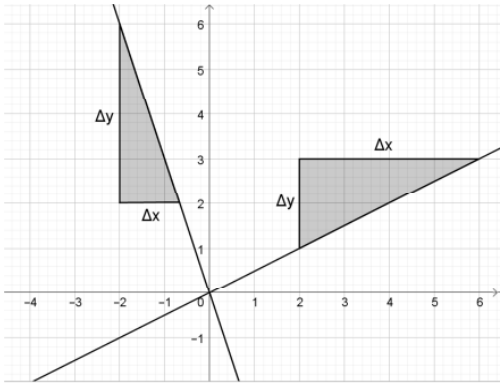
- Ihre Funktionsgleichung passt in dieses Muster: $f(x) = m \cdot x$
  - Das f(x) gibt Namen und Variable der Funktion an. Für beides sind prinzipiell alle Symbole möglich. Statt f(x), g(t) o.ä. steht oft auch nur ein y da.
  - Das x ist die Variable; m steht für irgendeine feste Zahl.
- Der **Graph** ist eine **Ursprungsgerade** (also eine Gerade, die durch (0|0) verläuft).

Aufgaben auf S. 153–155

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
7		ja				
8		ja				
9 acd		ja				
12 ae		ja				

4.2.2 Die Steigung und das Steigungsdreieck

→ ab S. 156



Ein **Steigungsdreieck** ist ein rechtwinkliges Dreieck, dass so (siehe Abbildung) an eine Gerade gezeichnet wird. Die Größe des Dreiecks ist dabei prinzipiell egal.

Die Formel für die **Steigung m** der Gerade lautet so:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

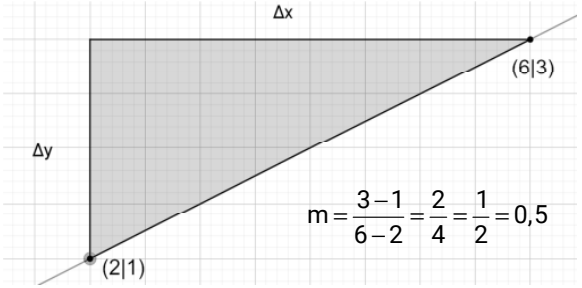
Die Ausdrücke im Bruch liest man so:
Delta y bzw. Delta x.

Bei Δy muss man beachten, dass die Richtung wichtig ist:
Fällt die Gerade (so wie beim linken Steigungsdreieck), ist Δy negativ.
Steigt die Gerade (wie beim rechten Steigungsdreieck), ist Δy positiv.
Δx liest man immer von links nach rechts, daher ist es immer positiv.

Steigung ohne Steigungsdreieck
Man muss das Steigungsdreieck nicht immer zeichnen. Hat man zwei Punkte auf der Geraden (die meist leicht zu finden sind, wenn sie nicht sowieso schon angegeben sind), kann man die Steigung mithilfe des vom Steigungsdreieck bekannten Bruches berechnen:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Beispiel:



Die Punkte können natürlich auch ohne Zeichnung angegeben sein!

Aufgaben auf S. 159–160

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Hinweis
7 cdehi		ja				–
8		ja				Augenmerk auf die Brüche
9		ja				Statt y kann man f(x) nutzen.
13		ja				Überlegen, nicht zeichnen!
14		ja				Denke an (0|0).

4.2 Lineare Funktionen und ihre Graphen

→ ab S. 161

Lineare Funktionen erkennt man an folgenden Merkmalen:

- Ihre Funktionsgleichung passt in dieses Muster: $f(x) = m \cdot x + b$
  - Das f(x) gibt Namen und Variable der Funktion an. Für beides sind prinzipiell alle Symbole möglich. Statt f(x), g(t) o.ä. steht oft auch nur ein y da.
  - Das x ist die Variable; m steht für irgendeine feste Zahl.
- Der **Graph** ist eine **Gerade**

Nützliche Eigenschaften
- Die **y-Achse** wird immer bei **b** geschnitten. Deshalb heißt b auch **y-Achsenabschnitt.**
- Ein Steigungsdreieck kann man gut am y-Achsenabschnitt beginnen.
- Zwei Geraden sind genau dann parallel, wenn sie die gleiche Steigung, aber unterschiedliche Achsenabschnitte haben. Haben sie unterschiedliche Steigungen, schneiden sie sich.

Aufgaben auf S. 164–167

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Hinweis
5		ja				Bei d für y 3,8 einsetzen.
8 bd		ja				y-Achsenabschnitt beachten!
13		ja				Steigungsdreieck denken.
17 b		ja				Einfach einsetzen.
18		ja				Einfach mal probieren.

4.4 Nullstellen linearer Funktionen

→ ab S. 168

Dieser Abschnitt ist zum Selbstlernen gedacht.

Aufgaben auf S. 168–171

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Hinweis
2 ac		ja				–
3		ja				–
9		ja				Mit Nachbar besprechen.

4.5 Geraden durch Punkte

→ ab S. 174

4.5.1 Geraden durch zwei Punkte

Mit zwei angegebenen Punkten eine Gerade *zu zeichnen* ist für die meisten Zeitgenossen kein Problem. Mit zwei angegebenen Punkten eine Geradengleichung aufzustellen funktioniert so:

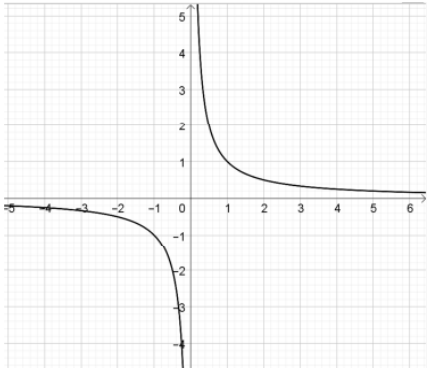
	Beschreibung	**allgemein**	**Beispiel**
1.	Zwei Punkte sind gegeben.	$P(x_1 \mid y_1)$ $Q(x_2 \mid y_2)$	$P(-3 \mid 7)$ $Q(1 \mid -1)$
2.	Berechnung der Steigung m	$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{-2-6}{1-(-3)} = \frac{-8}{4} = -2$
3.	Einsetzen der Steigung	$f(x) = mx + b$	$f(x) = -2x + b$
4.	Einsetzen eines Punktes und Auflösen nach b	$y_{1/2} = mx_{1/2} + b$ $y_{1/2} - mx_{1/2} = b$	$7 = -2 \cdot (-3) + b$ $7 = 6 + b$ $1 = b$
5.	Aufstellen der Geradengleichung	$f(x) = mx + b$	$f(x) = -2x + 1$

Aufgaben auf S. 176

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Hinweis
3		ja				Wie im Beispiel.
2		ja				Wie im Beispiel ab Schritt 3.
5		ja				19:30 Uhr = 19,5 Uhr

4.7 Antiproportionale Funktionen

→ ab S. 185



Antiproportionale Funktionen erkennt man an folgenden Merkmalen:

- Ihre Funktionsgleichung passt in dieses Muster: $f(x) = \frac{k}{x}$
  - Das x ist die Variable; k steht für irgendeine feste Zahl.
- Der **Graph** ist eine **Hyperbel,** die **punktsymmetrisch** zum **Ursprung** ist.

Aufgaben auf S. 186

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Hinweis
2 cde		ja				… mit Wertetabelle.
4 ab		ja				Einsetzen und umstellen!
5		ja				Einsetzen und umstellen!

4.6 und 4.8 Vermischte und vertiefende Übungen

→ S. 181–182 und S. 188

Diese Übungen bearbeiten wir nach Bedarf vor der Klassenarbeit.

Für die Klassenarbeit müsst ihr alles zum Thema lineare Funktionen beherrschen.

Das Wichtigste auf einen Blick findest du auf S. 189.

Der Selbsttest ist auf S. 190 zu finden, die Lösungen dazu auf S. 258f