6. Quadratwurzeln und reelle Zahlen

Zahlenbereiche

Hierzu gehören die Bereiche im Buch

- *6.2 Reelle Zahlen*
- *6.7 Vergleich der Zahlenbereiche* $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}_+$, $\mathbb{Q}$ *und* $\mathbb{R}$

- Der einfachste Zahlenbereich sind die **natürlichen Zahlen**. Dieser Bereich enthält alle positiven, ganzen Zahlen:
  $\mathbb{N} := \{1,2,3,4,5,...\}$. Um 0 erweitert: $\mathbb{N}_0 := \{0,1,2,3,4,5,...\}$
- Bei den **ganzen Zahlen** kommen die negativen ganzen Zahlen dazu:
  $\mathbb{Z} := \{...-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,...\}$
- Die **rationalen Zahlen** enthalten nun sämtliche Brüche, die man aus ganzen Zahlen bilden kann:
  $$\mathbb{Q} := \left\{ \frac{p}{q} \mid p,q \in \mathbb{Z} \right\}$$
  Beachte: Auch alle ganzen Zahlen und alle endlichen und alle periodischen Kommazahlen lassen sich als Brüche ganzer Zahlen schreiben, siehe S. 213 im Buch.
- Die **reellen Zahlen** $\mathbb{R}$ enthalten nun außer den rationalen Zahlen auch alle Zahlen, die sich nicht als Brüche ganzer Zahlen schreiben lassen. Sie heißen irrationale Zahlen. Irrationale Zahlen sind viele Quadratwurzeln, die Kreiszahl Pi, die Eulersche Zahl e und viele mehr. Die reellen Zahlen versammeln also alle rationalen und irrationalen Zahlen.

Jeder höhere Zahlenbereich enthält alle niedrigeren. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Aufgaben auf S. 215

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
4 abdhj		–				
5 a		–				
6 abd		–				

Aufgaben auf S. 217

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
7		–				
8		–				

Aufgaben auf S. 234

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
3		–				
5		–				
6		–				

6.1 Quadratwurzeln

→ S. 209–215

Eine Zahl heißt dann **Quadratwurzel aus x,** wenn die Zahl mit sich selbst multipliziert wieder x ergibt. x heißt dann **Radikant.**

Beispiele

$\sqrt{9} = 3$, weil $3 \cdot 3 = 9$ $\sqrt{64} = 8$, weil $8 \cdot 8 = 64$ $\sqrt{8100} = 90$, weil $90 \cdot 90 = 8100$.

Satz

Wurzeln aus Zahlen, die keine Quadratzahlen sind, sind immer irrational, z.B.:

$\sqrt{2} = 1{,}4142135623730950488016887242097...$

$\sqrt{1000} = 31{,}622776601683793319988935444327...$ *Beweis an der Tafel.*

Vorsicht:

Obwohl auch $-6 \cdot (-6) = 36$ ist, ist die Wurzel aus 36 nur 6, damit die Wurzel eindeutig ist.

Aufgaben auf S. 210

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
3		–				
4		–				
6		–				
7		–				
8		–				
10		–				

Aufgaben auf S. 212

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
2		ja				
3		ja				
4		ja				
7		ja				

Rechenregeln für Quadratwurzeln

Hierzu gehören die Bereiche im Buch

- *6.4 Rechenregeln für Quadratwurzeln und ihre Anwendung*
- *6.5 Anwenden der Wurzelgesetze auf Terme mit Variablen*

Die wichtigsten Rechengesetze

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$
$\sqrt{a}\pm\sqrt{b}\neq\sqrt{a\pm b}$	$\sqrt{a^2\pm b^2}\neq a\pm b$	$-1\cdot\sqrt{b}\neq\sqrt{(-1)^2 b}=\sqrt{b}$
$\sqrt{a^2 b}=\lvert a\rvert\sqrt{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^2}}=\frac{\sqrt{a}}{\lvert b\rvert}$	$\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b}}=\frac{\lvert a\rvert}{\sqrt{b}}$

Hier gilt jeweils, sofern nötig $a,b\geq 0$ bzw. $b\neq 0$.
Die Ungleichheiten gelten allgemein. In Spezialfällen kann es eine Gleichheit geben.

Aufgaben auf S. 224–225

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
4 abcehi		–				
5 adfh		–				
6 aceg		–				
7 adeh		–				
10 acdf		–				
13 acdfg		–				

Aufgaben auf S. 229–230

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
7 abdfh		–				
11 cfhno		–				
13 acdei		–				
15 abgikl		–				

Aufgaben auf S. 232

Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹	Eigene Notizen
1 acfh		–				
4 bc		–				
7		–				
8 abcdg		–				