Voraussetzungen

Um in diesem Schuljahr erfolgreich mitarbeiten zu können, ist die sichere Beherrschung u.a. folgender Mittelstufeninhalte unabdingbar. Weitere wichtige Regeln finden Sie auf Seite 10 im Tafelwerk.

Potenzen und Wurzeln

Einige Konventionen

$$a \cdot a \cdot a = a^3$$
$$a \cdot a = a^2$$
$$a = a^1$$
$$1 = a^0$$
$$\frac{1}{a} = a^{-1}$$
$$\frac{1}{a^2} = a^{-2}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$$
$$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = a$$
$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$
$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$
$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Rechengesetze

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}$$
$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m = (ab)^m$$
$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m = (a : b)^m$$
$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} = a^{mn}$$

Hinweis: Der Ausdruck $a^m + a^n$ kann nicht vereinfacht werden.

Bruchrechenregeln

$$a = \frac{a}{1} \qquad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd} \qquad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$$

$$a \cdot \frac{z}{n} = \frac{a}{1} \cdot \frac{z}{n} = \frac{a \cdot z}{n} = \frac{az}{n} \qquad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - cb}{bd}$$

Die letzten beiden Regeln stimmen so nur, wenn b und d teilerfremd sind, ansonsten arbeitet man mit dem kgV.

Hinweis: Auch wenn moderne Taschenrechner mit Brüchen arbeiten können, ist die Kenntnis der Regeln unabdingbar, da wir häufig mit Variablen und Parametern rechnen, die durch Buchstaben dargestellt werden und somit nicht einfach in den Rechner eingegeben werden können.

Binomische Formeln

Erste: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Zweite: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Dritte: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Zahlenmengen

$\mathbb{N} := \{1, 2, 3, 4, 5 \ldots\}$ (natürliche Zahlen)

$\mathbb{Z} := \{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots\}$ (ganze Zahlen)

$\mathbb{Q} := \{\frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}\}$ (rationale Zahlen)

$\mathbb{R}$ (reelle Z.: rationale & irrationale gemeinsam)

pq-Formel oder abc-Formel

pq-Formel

Eine Gleichung der Gestalt

$$x^2 + px + q = 0$$

hat die beiden Lösungen

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

abc-Formel

Eine Gleichung der Gestalt

$$ax^2 + bx + c = 0$$

hat die beiden Lösungen

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aufgaben

a–l: Vereinfache den Ausdruck jeweils. Bei Brüchen gehört sinnvolles Kürzen zum Vereinfachen.
m–p: Löse die Gleichung.

a) $w^{-6} \cdot w^8 =$	b) $\sqrt{w} : w^{\frac{1}{4}} =$	c) $(w^5)^7 =$	d) $w^3 : w^{-5} =$
e) $2k \cdot \frac{11}{k^2} =$	f) $\frac{k}{4} : \frac{3}{k^2} =$	g) $\frac{k}{5} + \frac{2}{k^2} =$	h) $\frac{9}{2k} - \frac{11}{4k} =$
i) $(5-g)^2 =$	j) $(2g+1)^2 =$	k) $(3+g)(g-3) =$	l) $(-4g+2)(-2-4g) =$
m) $z^2 + 2z + 1 = 0$	n) $z^2 - z = 6$	o) $3z^2 + 6z + 1 = 25$	p) $z^2 - z + 1 = 1$

Ergebnisse zur Überprüfung – zur allgemeinen Belustigung in der falschen Reihenfolge

$\frac{k^3}{12}$	w^8	$25 - 10g + g^2$	$z_1 = -4 \quad z_2 = 2$
$z_1 = -2 \quad z_2 = 3$	$4g^2 + 4g + 1$	w^2	$\frac{7}{4k}$
$\sqrt[4]{w}$	$z_1 = z_2 = -1$	$\frac{22}{k}$	$16g^2 - 4$
$g^2 - 9$	$\frac{k^3 + 10}{5k^2}$	$z_1 = 1 \quad z_2 = 0$	w^{35}