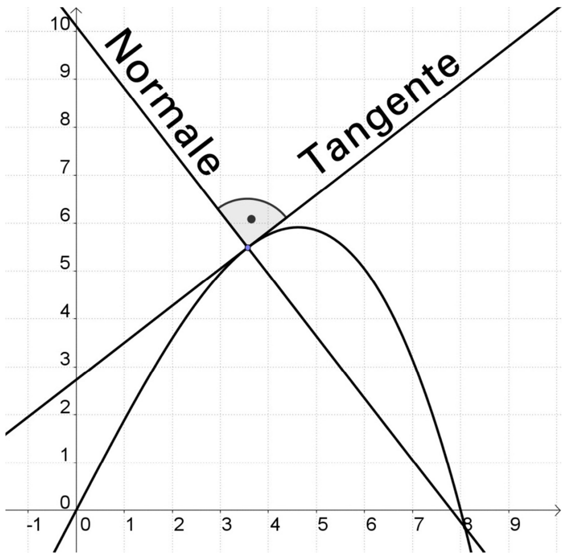
Tangenten und Normalen



Was eine **Tangente** in einem bestimmten Punkt ist, ist schon länger bekannt: Eine Gerade, die eine Kurve in diesem Punkt berührt.

Eine **Normale** in einem bestimmten Punkt einer Kurve ist auch nichts Kompliziertes: Eine Gerade, die die Kurve und damit die Tangente in diesem Punkt **senkrecht** schneidet.

Hinweise zur Aufstellung der Tangenten- und Normalengleichungen

Wir nehmen an, dass eine Funktionsgleichung gegeben ist, außerdem eine bestimmte Stelle x_0, an der die Gleichung der Tangente und der Normalen ermittelt werden soll.

Tangente	**Normale**
1. Rohgleichung der Tangente: $t(x) = m_T x + b_T$	1. Rohgleichung der Normalen: $n(x) = m_N x + b_N$
2. Ermittlung der Tangentensteigung m_T, die identisch mit der Ableitung $f'(x_0)$ an der Stelle x_0 ist. ➔ $m_T = f'(x_0)$	2. Ermittlung der Normalensteigung m_N, die der negative Kehrwert der Tangentensteigung ist. ➔ $m_N = -\frac{1}{m_T} = -\frac{1}{f'(x_0)}$
3. Ermittlung des Kurvenpunktes $(x_0 \mid f(x_0))$	3. Ermittlung des Kurvenpunktes $(x_0 \mid f(x_0))$
4. Es fehlt noch b_T. Dazu setzt man die Koordinaten des Punktes in die Rohform der Tangentengleichung ein und löst nach b_T auf. $f(x_0) = m_T x_0 + b_T$ $f(x_0) - m_T x_0 = b_T$	4. Es fehlt noch b_N. Dazu setzt man die Koordinaten des Punktes in die Rohform der Normalengleichung ein und löst nach b_N auf. $f(x_0) = m_N x_0 + b_N$ $f(x_0) - m_N x_0 = b_N$
5. Nun kann man die komplette Gleichung aufstellen.	5. Nun kann man die komplette Gleichung aufstellen.

Ableitung als Änderungsrate

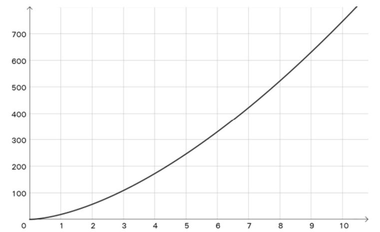
Wir haben die Ableitung als Steigung des Funktionsgraphen kennen gelernt. Man kann sie, besonders in praktischen Zusammenhängen, aber auch als Änderungsrate verstehen.

Beispiel

Nehmen wir an, Mrs Thompson habe sich ein neues Auto gekauft, und zwar einen ultra-schnellen ZX-31415.

Die Weg-Zeit-Funktion in den in den ersten 10 Sekunden nach dem Losfahren ist

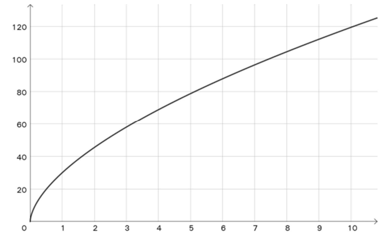
$$s(t) = 18{,}75t^{1{,}6}$$



Bei dieser Funktion kann man also einen Zeitpunkt t mit $0 \leq t \leq 10$ einsetzen und berechnen, wie weit das Auto bis dahin gefahren ist. Beispielsweise nach 8 Sekunden bereits gut 522m.

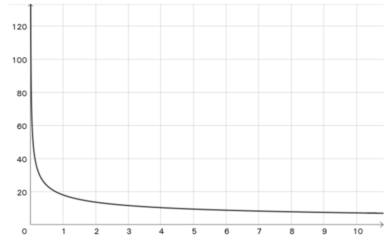
Zur Berechnung der Geschwindigkeit kann man die Ableitung heranziehen, denn die Geschwindigkeit ist ja ein Maß dafür, wie stark sich der zurückgelegte Weg steigert.

$$g(t) = s'(t) = 30t^{0{,}6}$$



Wenn man jetzt die Beschleunigung, also die Änderung der Geschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt wissen möchte, leitet man noch einmal ab:

$$b(t) = g'(t) = s''(t) = 18t^{-0{,}4}$$



Aufgaben (Tangenten, Normalen, Anwendungen)

Seite	Aufgabe	Zu erledigen bis
147	16	
148	17	
150	20	
151	26	

Seite	Aufgabe	Zu erledigen bis
155	2	
157	5	
159	7	
159	8	
159	9	