4. Lineare Funktionen

4.1 Funktionen als eindeutige Zuordnungen

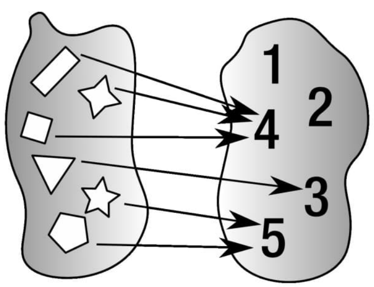
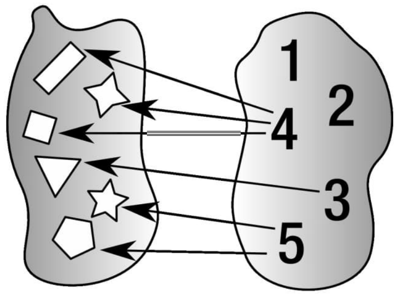
→ ab S. 139

Was ist eine Funktion?

Definition:

Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung, bei der Elemente aus einer Definitionsmenge D <u>eindeutig</u> Elementen aus einer Wertemenge W zugeordnet werden.

Beispiele

Funktion	**keine Funktion**
	
Mensch wird Mutter zugeordnet.	Mutter wird Kind zugeordnet.
Eine natürliche Zahl wird der nachfolgenden Zahl zugeordnet.	Eine natürliche Zahl wird Nachbar zugeordnet
Ein Land wird „seinem“ Kontinent zugeordnet Ausnahmen: Türkei, Russland etc. (liegen jeweils auf zwei Kontinenten)	Kontinent wird Land zugeordnet.
Land wird Hauptstadt zugeordnet.	Land wird Stadt zugeordnet.
Uhrzeit wird Zeigerstand zugeordnet.	Zeigerstand wird Uhrzeit zugeordnet.
Mensch wird Größe zugeordnet.	Größe wird Mensch zugeordnet.
Mensch wird Geburtsort zugeordnet.	Geburtsort wird Mensch zugeordnet.
Zahl wird ihrem Quadrat („hoch 2“) zugeordnet.	Quadrat wird Ursprungszahl zugeordnet.

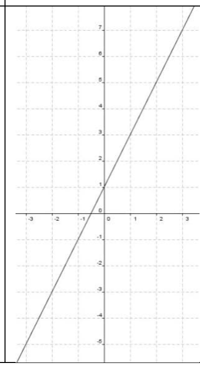
Bei den Funktionen, mit denen wir umgehen, werden üblicherweise Zahlen anderen Zahlen eindeutig zugeordnet.

Definitions- und Wertemengen

- Die **Definitionsmenge** enthält alle Zahlen, die bei einer vorgegebenen Funktion anderen Zahlen zugeordnet werden dürfen. Um herauszufinden, was die Definitionsmenge ist, muss man …
  - den Sachzusammenhang beachten, z.B. ist es bei einer Zuordnung wie **Anzahl Äpfel → Preis** sinnlos, negative Zahlen oder Brüche einzusetzen, da weder negative Äpfel (was soll das sein?) oder halbe, viertel usw. Äpfel verkauft werden.
  - die Funktionsgleichung beachten: Darf man bestimmte Zahlen für die Variable nicht einsetzen, so gehören sie nicht zur Definitionsmenge (z.B. darf nicht durch 0 geteilt werden).
- Die **Wertemenge** enthält alle Zahlen, denen die Zahlen aus der Definitionsmenge zugeordnet werden.

Darstellung mathematischer Funktionen

Man kann Funktionen, bei denen Zahlen anderen Zahlen zugeordnet werden, auf drei Weisen darstellen:

<table>
<tr><th>Wertetabelle</th><th>Rechenvorschrift/
Funktionsgleichung</th><th>Graph</th></tr>
<tr><td><table><tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr><tr><td>−2</td><td>−3</td></tr><tr><td>−1</td><td>−1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr></table>
Diese Tabelle enthält nur wenige der möglichen Werte. Für x kann man noch alle anderen Zahlen einsetzen.</td><td>$f(x) = 2x + 1$</td><td></td></tr>
</table>

Aufgaben

Medium	Seite	Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹
Arbeitsheft	34	1		–			
Arbeitsheft	34	2		–			
Arbeitsheft	34	3		–			
Arbeitsheft	35	5		–			
Arbeitsheft	35	6		–			
Buch	144	6		–			
Buch	145	12		–			

4.2 Proportionale Funktionen

4.2.1 Graph, Gleichung usw.

→ ab S. 149

Proportionale Funktionen erkennt man an folgenden Merkmalen:

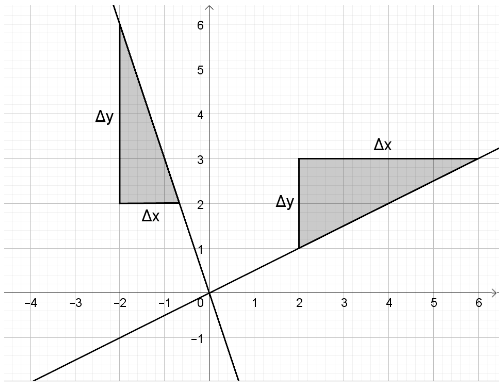
- Ihre Funktionsgleichung passt in dieses Muster: $$f(x) = m \cdot x$$
  - Das f(x) gibt Namen und Variable der Funktion an. Für beides sind prinzipiell alle Symbole möglich. Statt f(x), g(t) o.ä. steht oft auch nur ein y da.
  - Das x ist die Variable; m steht für irgendeine feste Zahl.
- Der **Graph** ist eine **Ursprungsgerade** (also eine Gerade, die durch (0|0) verläuft).

Aufgaben

Medium	**Seite**	**Aufgabe**	**Zu erledigen bis**	**Taschenrechner**	☺	😐	☹
Arbeitsheft	38	11		–			
Buch	153	7		–			
Buch	153	8		–			
Buch	154	12 ae		–			

4.2.2 Die Steigung und das Steigungsdreieck

→ ab S. 156



Ein **Steigungsdreieck** ist ein rechtwinkliges Dreieck, dass so (siehe Abbildung) an eine Gerade gezeichnet wird. Die Größe des Dreiecks ist dabei prinzipiell egal.

Die Formel für die **Steigung m** der Gerade lautet so:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Die Ausdrücke im Bruch liest man so: „Delta y“ bzw. „Delta x“.

Bei Δy muss man beachten, dass die Richtung wichtig ist:

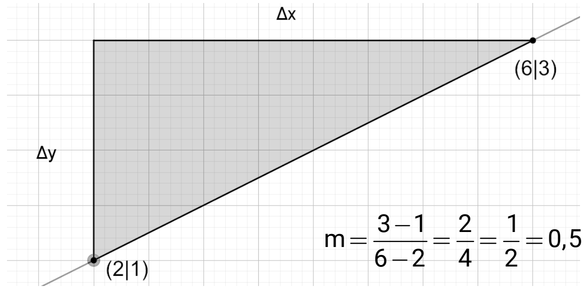
- Fällt die Gerade (so wie beim linken Steigungsdreieck), ist Δy negativ.
- Steigt die Gerade (wie beim rechten Steigungsdreieck), ist Δy positiv.
- Δx liest man immer von links nach rechts, daher ist es immer positiv.

Steigung ohne Steigungsdreieck

Man muss das Steigungsdreieck nicht immer zeichnen. Hat man zwei Punkte auf der Geraden (die meist leicht zu finden sind, wenn sie nicht sowieso schon angegeben sind), kann man die Steigung mithilfe des vom Steigungsdreieck bekannten Bruches berechnen:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Die Punkte können natürlich auch ohne Zeichnung angegeben sein!



Aufgaben

Medium	**Seite**	**Aufgabe**	**Zu erledigen bis**	**Taschenrechner**	☺	😐	☹
Arbeitsheft	39	13		–			
Arbeitsheft	39	14		–			
Buch	159	8		–			
Buch	159	10		–			

4.3 Lineare Funktionen und ihre Graphen

→ ab S. 161

Lineare Funktionen erkennt man an folgenden Merkmalen:

- Ihre Funktionsgleichung passt in dieses Muster: $$f(x) = m \cdot x + b$$
  - Das f(x) gibt Namen und Variable der Funktion an. Für beides sind prinzipiell alle Symbole möglich. Statt f(x), g(t) o.ä. steht oft auch nur ein y da.
  - Das x ist die Variable; m und b stehen für irgendwelche feste Zahlen.
- Der **Graph** ist eine **Gerade**

Nützliche Eigenschaften

- Die **y-Achse** wird immer bei **b** geschnitten. Deshalb heißt b auch **y-Achsenabschnitt.**
- Ein Steigungsdreieck kann man gut am y-Achsenabschnitt beginnen.
- Zwei Geraden sind genau dann parallel, wenn sie die gleiche Steigung, aber unterschiedliche Achsenabschnitte haben. Haben sie unterschiedliche Steigungen, schneiden sie sich.

Aufgaben

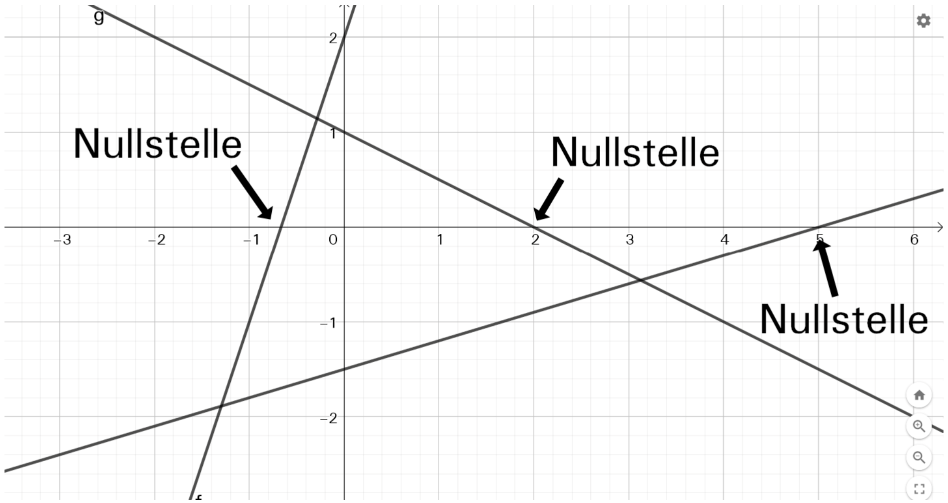
Medium	Seite	Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹
Arbeitsheft	41	18		–			
Arbeitsheft	41	19		–			
Arbeitsheft	42	20 acde		ja			
Buch	164	5		ja			
Buch	165	13		–			
Buch	166	17 b		–			
Buch	166	18		–			
Buch	167	21		ja			
Buch	167	24		ja			

4.4 Nullstellen linearer Funktionen

→ ab S. 168

Grafisch ist eine Nullstelle derjenige **x-Wert**, an dem eine Gerade die **x-Achse schneidet.**

Rechnerisch ist eine Nullstelle der **x-Wert**, den man in die Funktion einsetzen muss, damit **y gleich null** ist.



Berechnung von Nullstellen

Die Berechnung der Nullstelle einer linearen Funktion läuft so:

	Beschreibung	allgemein	Beispiel
1.	Eine Funktionsgleichung ist gegeben.	$f(x)=mx+b$	$f(x)=-4x+6$
2.	Man setzt den Funktionsterm gleich null.	$mx+b=0$	$-4x+6=0$
3.	Man löst die entstandene Gleichung nach x auf.	$mx=-b$ $x=-\frac{b}{m}$	$-4x=-6$ $x=\frac{-6}{-4}=\frac{3}{2}=1{,}5$
4.	Das Ergebnis für x ist bereits die Nullstelle. Abkürzung: x_N.	$x_N=-\frac{b}{m}$	$x_N=1{,}5$

Aufgaben

Medium	Seite	Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹
Arbeitsheft	43	21		–			
Arbeitsheft	43	22		–			
Buch	170	1		ja			
Buch	171	3		–			
Buch	171	5 ab		–			
Buch	171	9		ja			

Hier ist zur allgemeinen Erbauung ein Luftbild der verschneiten Theißtalbrücke in Niedernhausen:

4.5 Geraden durch Punkte

→ ab S. 174

4.5.1 Geraden durch zwei Punkte

Mit zwei angegebenen Punkten eine Gerade *zu zeichnen* ist für die meisten Zeitgenossen kein Problem. Mit zwei angegebenen Punkten eine Geradengleichung aufzustellen funktioniert so:

	Beschreibung	**allgemein**	**Beispiel**
1.	Zwei Punkte sind gegeben.	$P(x_1 \mid y_1) \quad Q(x_2 \mid y_2)$	$P(-3 \mid 7) \quad Q(1 \mid -1)$
2.	Berechnung der Steigung m	$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{-1-7}{1-(-3)} = \frac{-8}{4} = -2$
3.	Einsetzen der Steigung	$f(x) = mx + b$	$f(x) = -2x + b$
4.	Einsetzen eines Punktes und Auflösen nach b	$y_1 = mx_1 + b$ $y_1 - mx_1 = b$	$7 = -2 \cdot (-3) + b$ $7 = 6 + b$ $1 = b$
5.	Aufstellen der Geradengleichung	$f(x) = mx + b$	$f(x) = -2x + 1$

Aufgaben

Medium	Seite	Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹
Arbeitsheft	44	23		–			
Arbeitsheft	44	24		–			
Arbeitsheft	45	25		–			
Buch	164	6		–			
Buch	176	2		–			
Buch	176	4		ja			

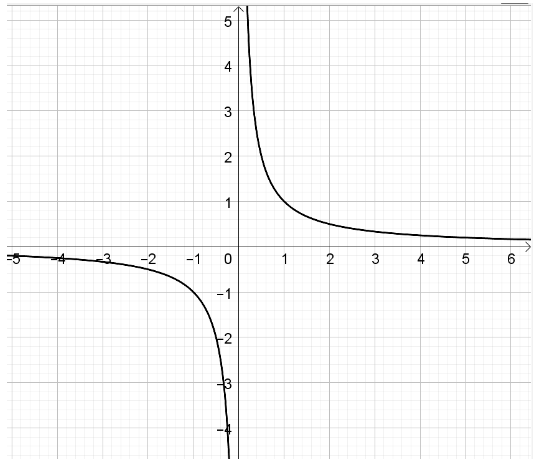
Du suchst Kapitel 4.6? Schau nach rechts!

4.7 Antiproportionale Funktionen

→ ab S. 185

Antiproportionale Funktionen erkennt man an folgenden Merkmalen:

- Ihre Funktionsgleichung passt in dieses Muster:
  $$f(x) = \frac{k}{x}$$
  - Das x ist die Variable; k steht für irgendeine feste Zahl.
- Der **Graph** ist eine **Hyperbel,** die **punktsymmetrisch** zum **Ursprung** ist.



Aufgaben

Medium	Seite	Aufgabe	Zu erledigen bis	Taschenrechner	☺	😐	☹
Arbeitsheft	47	29		–			
Buch	186	2 bcd		ja			
Buch	186	3		ja			
Buch	186	4 b		ja			

4.6 und 4.8 Vermischte und vertiefende Übungen

→ S. 181–182 und S. 188

Diese Übungen bearbeiten wir nach Bedarf vor der Klassenarbeit.

Für die Klassenarbeit müsst ihr alles zum Thema lineare Funktionen beherrschen.

Das Wichtigste auf einen Blick findest du auf S. 189.

Der Selbsttest ist auf S. 190 zu finden, die Lösungen dazu auf S. 258f